

**Единый государственный экзамен по математике, 2005 год  
демонстрационная версия**

**Часть 1**

**A1.** Вычислите  $-15 \cdot 81^{\frac{1}{4}} - 19$ .

1. -154                      2. 116                      3. -64                      4. 26

**Решение.** Воспользуемся формулой  $(a^x)^y = a^{xy}$ :

$$-15 \cdot 81^{\frac{1}{4}} - 19 = -15 \cdot (3^4)^{\frac{1}{4}} - 19 = -15 \cdot 3 - 19 = -64.$$

Правильный ответ: 3.

**A2.** Упростите выражение  $\sqrt[3]{25b^2} \cdot \sqrt[3]{5b^4}$ .

1.  $5b^2$                       2.  $25b$                       3.  $\sqrt[3]{5b^2}$                       4.  $5b$

**Решение.** Воспользуемся формулами  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$  и  $\sqrt[n]{a^n} = a$  для  $a \geq 0$ . Получаем:

$$\sqrt[3]{25b^2} \cdot \sqrt[3]{5b^4} = \sqrt[3]{125b^6} = \sqrt[3]{(5b^2)^3} = 5b^2.$$

Правильный ответ: 1.

**A3.** Найдите значение выражения  $\log_5 b$ , если  $\log_5 b^4 = 16$ .

1. 64                      2. 2                      3. 12                      4. 4

**Решение.** Поскольку  $\log_a b^c = c \log_a |b|$  получаем:

$$\log_5 b^4 = 16 \Leftrightarrow 4 \log_5 b = 16 \Leftrightarrow \log_5 b = 4.$$

Правильный ответ: 4.

**A4.** Найдите значение  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$  и  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ .

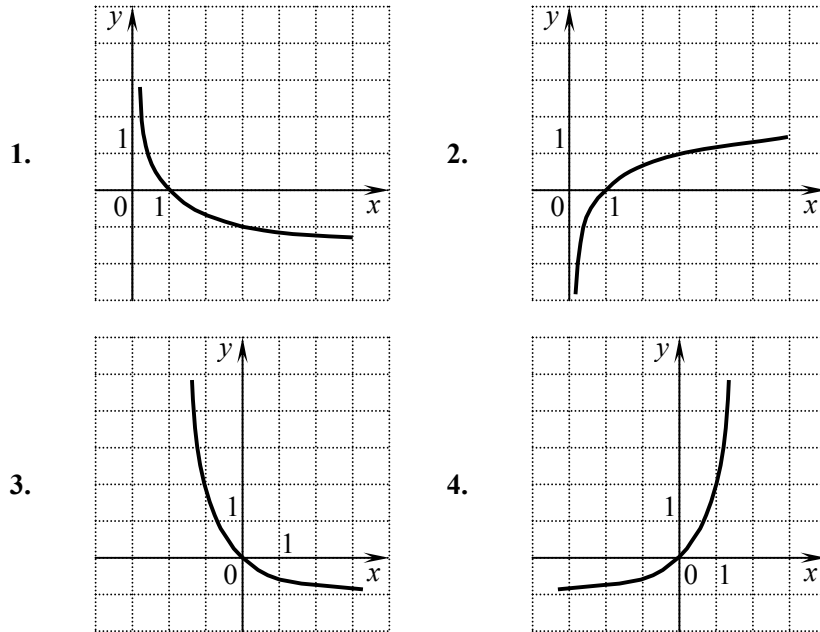
1.  $\frac{1}{2}$                       2. 2                      3.  $-\frac{1}{2}$                       4. -2

**Решение.** Поскольку  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ , имеем:  $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$ . Поэтому

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = -\frac{\sqrt{1 - \frac{1}{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = -\frac{\sqrt{\frac{4}{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = -\frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = -2.$$

Правильный ответ: 4.

A5. На одном из рисунков изображен график функции  $y = \log_3 x$ . Укажите этот рисунок.



**Решение.** График функции  $y = \log_3 x$  изображен на рисунке 2.

Правильный ответ: 2.

A6. Найдите производную функции  $y = e^x + 3x^2$ .

1.  $y' = xe^{x-1} + 6x$

2.  $y' = e^x + x^3$

3.  $y' = e^x + 5x^2$

4.  $y' = e^x + 6x$

**Решение.** Используя табличные производные  $(e^x)' = e^x$ ;  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$  и правила дифференцирования, получаем:

$$y' = (e^x + 3x^2)' = e^x + 6x.$$

Правильный ответ: 4.

A7. Какое из следующих чисел входит в множество значений функции  $y = 2^x + 4$ ?

1. 5

2. 2

3. 3

4. 4

**Решение.** Множество значений показательной функции — открытый луч  $(0; +\infty)$ . Имеем:

$$0 < 2^x < +\infty \Leftrightarrow 4 < 2^x + 4 < +\infty.$$

Таким образом, множество значений заданной функции — промежуток  $(4; +\infty)$ . Найденному промежутку принадлежит число 5.

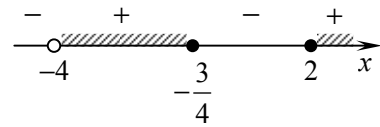
Правильный ответ: 1.

**A8.** Решите неравенство  $\frac{(x-2)(4x+3)}{x+4} \geq 0$ .

- |  |   |
|--|---|
| 1. $\left[-4; -\frac{3}{4}\right] \cup (2; +\infty)$ | 2. $(-\infty; -4) \cup \left[-\frac{3}{2}; 2\right]$      |
| 3. $\left(-4; -\frac{3}{4}\right) \cup [2; +\infty)$ | 4. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup (2; +\infty)$ |

**Решение.** Решим неравенство методом интервалов (см. рис.):

$$\frac{(x-2)(4x+3)}{x+4} \geq 0.$$



Правильный ответ: 3.

**A9.** Решите уравнение  $\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ .

- |   |   |
|---|---|
| 1. $\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ | 2. $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ |
| 3. $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$  | 4. $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$   |

**Решение.** Последовательно получаем:

$$\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Правильный ответ: 2.

**A10.** Укажите область определения функции  $y = \sqrt{3 - \lg x}$ .

- |             |                |                |                      |
|-------------|----------------|----------------|----------------------|
| 1. $(0; 3]$ | 2. $(0; 1000]$ | 3. $(3; 1000]$ | 4. $[1000; +\infty)$ |
|-------------|----------------|----------------|----------------------|

**Решение.** Область определения функции задается неравенством  $3 - \lg x \geq 0$ . Решая его, последовательно получаем:

$$3 - \lg x \geq 0 \Leftrightarrow \lg x \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 10^3, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 1000.$$

Правильный ответ: 2.

**B1.** Решите уравнение  $3^{4x+5} = 81$ .

**Решение.** Последовательно получаем:

$$3^{4x+5} = 81 \Leftrightarrow 3^{4x+5} = 3^4 \Leftrightarrow 4x+5 = 4 \Leftrightarrow 4x = -1 \Leftrightarrow x = -0,25.$$

Ответ:  $-0,25$ .

**В2.** Решите уравнение  $x - \sqrt{2x^2 - 9x + 5} = 3$ .

**Решение.** Последовательно получаем:

$$\begin{aligned} x - \sqrt{2x^2 - 9x + 5} = 3 &\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 9x + 5} = x - 3 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ 2x^2 - 9x + 5 = (x - 3)^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x = -1 \Leftrightarrow x = 4. \\ x = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: 4.

**В3.** Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  (в метрах) от него до точки  $M$  этой прямой изменяется по закону  $S(t) = t^2 + t + 2$  ( $t$  – время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость тела будет равна 5 м/с?

**Решение.** Найдем закон изменения скорости:

$$v(t) = S'(t) = (t^2 + t + 2)' = 2t + 1 \text{ м/с.}$$

Найдем момент времени, когда  $v(t) = 5$ :

$$v(t) = 5 \Leftrightarrow 2t + 1 = 5 \Leftrightarrow 2t = 4 \Leftrightarrow t = 2 \text{ с.}$$

Ответ: 2.

## Часть 2

**В4.** Вычислите  $6 \log_2 125 \cdot \log_5 2 + 2^{\lg 7} \cdot 5^{\lg 7}$ .

**Решение.** Пользуясь формулами  $a^x b^x = (ab)^x$ ,  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ ,  $\frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_b c$  и основным логарифмическим тождеством  $a^{\log_b a} = b$ , находим:

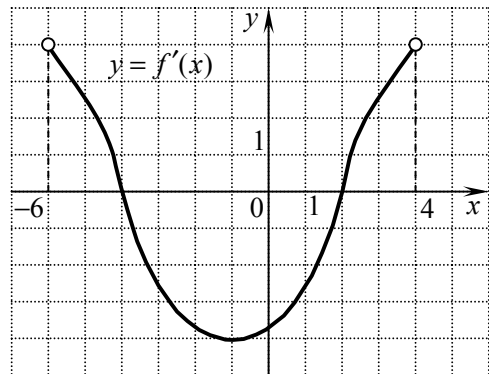
$$\begin{aligned} 6 \log_2 125 \cdot \log_5 2 + 2^{\lg 7} \cdot 5^{\lg 7} &= 6 \log_2 5^3 \cdot \frac{1}{\log_2 5} + (2 \cdot 5)^{\lg 7} = \\ &= 18 \frac{\log_2 5}{\log_2 5} + 7 = 18 + 7 = 25. \end{aligned}$$

Ответ: 25.

**В5.** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-6; 4)$ . График ее производной изображен на рисунке. Укажите точку минимума функции  $y = f(x)$  на этом промежутке.

**Решение.** В точке, где производная меняет свой знак с минуса на плюс, функция имеет минимум. На приведенном графике единственная такая точка имеет абсциссу 2.

Ответ: 2.



**В6.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 1$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$  и  $y = 0$ .

**Решение.** Поскольку функция  $y = x^2 + 1$  неотрицательна на отрезке  $[0; 4]$ , искомая площадь вычисляется следующим образом:

$$S = \int_1^4 (x^2 + 1) dx = \left( \frac{1}{3} x^3 + x \right) \Big|_1^4 = \left( \frac{1}{3} \cdot 4^3 + 4 \right) - \left( \frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{63}{3} + 3 = 21 + 3 = 24.$$

Ответ: 24.

**В7.** Найдите значение выражения  $\sqrt[4]{(x-3)^4} + \sqrt[4]{\left(x - \frac{15}{2}\right)^4}$ , если  $\frac{31}{10} \leq x \leq \frac{36}{5}$ .

**Решение.** Упростим выражение, используя свойства арифметического корня:

$$\sqrt[4]{(x-3)^4} + \sqrt[4]{\left(x - \frac{15}{2}\right)^4} = |x-3| + \left| x - \frac{15}{2} \right|.$$

Поскольку все числа промежутка  $\left[ \frac{31}{10}; \frac{36}{5} \right]$  удовлетворяют как условию  $x \geq 3$ , так и условию  $x \leq \frac{15}{2}$ , согласно определению модуля на этом промежутке имеем:

$$|x-3| + \left| x - \frac{15}{2} \right| = (x-3) + \left( \frac{15}{2} - x \right) = 4,5.$$

Ответ: 4,5.

**В8.** Найдите наибольшее целое значение функции  $y = 25 \cdot 3^{\cos 4x \cos 3x + \sin 4x \sin 3x - 2}$ .

**Решение.** Упростим данное выражение, используя формулу  $\cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta = \cos(\alpha - \beta)$ :

$$y = 25 \cdot 3^{\cos 4x \cos 3x + \sin 4x \sin 3x - 2} = 25 \cdot 3^{\cos(4x-3x) - 2} = 25 \cdot 3^{\cos x - 2}.$$

Далее имеем:

$$\begin{aligned} -1 \leq \cos x \leq 1 &\Leftrightarrow -3 \leq \cos x - 2 \leq -1 \Leftrightarrow 3^{-3} \leq 3^{\cos x - 2} \leq 3^{-1} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{27} \leq 3^{\cos x - 2} \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{25}{27} \leq 25 \cdot 3^{\cos x - 2} \leq \frac{25}{3}. \end{aligned}$$

Таким образом, множество значений данной функции есть отрезок  $\left[ \frac{25}{27}; \frac{25}{3} \right]$ . Наибольшим целым числом, принадлежащим отрезку  $\left[ \frac{25}{27}; \frac{25}{3} \right]$ , является число 8.

Ответ: 8.

**В9.** Торговая база закупила партию альбомов и поставила ее магазину по оптовой цене, которая на 30 % больше закупочной. Магазин установил розничную цену на альбом на 20 % выше оптовой. При распродаже в конце сезона магазин снизил розничную цену на альбом на 10 %. На сколько рублей больше заплатил покупатель по сравнению с закупочной ценой, если на распродаже он приобрел альбом за 70,2 рубля?

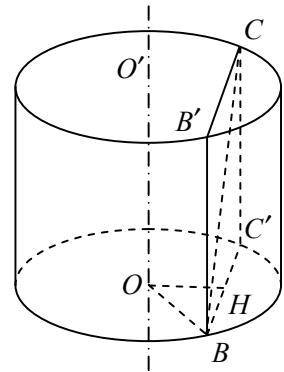
**Решение.** Пусть закупочная цена есть  $x$  рублей, тогда оптовая цена —  $1,3x$ , розничная цена составляет  $1,2 \cdot 1,3x = 1,56x$ . После снижения розничной цены на  $10\%$ , она стала  $0,9 \cdot 1,56x = 1,404x$ . Решим уравнение:

$$1,404x = 70,2 \Leftrightarrow x = 70,2 : 1,404 \Leftrightarrow x = 50.$$

Таким образом, закупочная цена составляла 50 рублей, а покупатель заплатил на 20,2 рубля больше.

Ответ: 20,2.

**В10.** Концы отрезка  $BC$  лежат на окружностях двух оснований цилиндра. Радиус основания цилиндра равен 25, длина отрезка  $BC$  равна  $14\sqrt{2}$ , а угол между прямой  $BC$  и плоскостью основания цилиндра равен  $45^\circ$ . Найдите расстояние между осью цилиндра и параллельной ей плоскостью, проходящей через точки  $B$  и  $C$ .



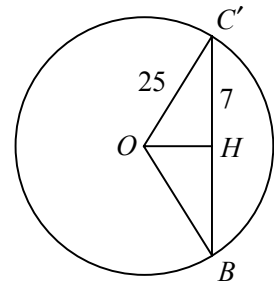
**Решение.** Пусть прямоугольник  $BC'CB'$  — сечение данного цилиндра плоскостью, проходящей через отрезок  $BC$  и параллельной его оси  $OO'$  (см. рисунок). Расстояние от оси цилиндра до плоскости  $BCC'$  есть длина перпендикуляра  $OH$ , опущенного из точки  $O$  — центра нижнего основания цилиндра — на прямую  $BC'$ . Треугольник  $OC'B$  равнобедренный, так как две его стороны — радиусы окружности, откуда:

$$C'H = \frac{1}{2} \cdot C'B = \frac{1}{2} \cdot \frac{CB}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{14\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 7.$$

По теореме Пифагора из треугольника  $OHC'$  находим:

$$OH = \sqrt{OC'^2 - C'H^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24.$$

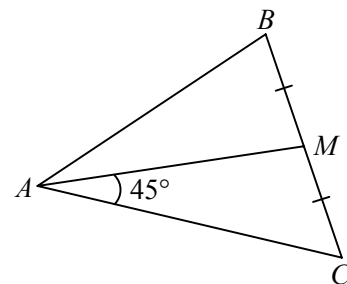
Ответ: 24.



**В11.** В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $AM$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AC = 3\sqrt{2}$ ,  $BC = 10$ ,  $\widehat{MAC} = 45^\circ$ .

**Решение.** Применяя теорему косинусов к треугольнику  $ACM$ , последовательно получаем

$$\begin{aligned} MC^2 &= AM^2 + AC^2 - 2AM \cdot AC \cdot \cos(\widehat{MAC}), \\ 25 &= AM^2 + 18 - 2AM \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow AM^2 - 6AM - 7 = 0, \end{aligned}$$



откуда, учитывая, что  $AM > 0$ , находим  $AM = 7$ .

Найдем площадь треугольника  $AMC$ :

$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot MC \cdot \sin(\widehat{MAC}) = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{21}{2}.$$

Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника, следовательно:

$$S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AMC} = 2 \cdot 10,5 = 21.$$

Ответ: 21.

**C1.** Решите уравнение  $|\sin x| = \sin x \cdot \cos x$ .

**Решение.** Рассмотрим два случая:  $\sin x \geq 0$  и  $\sin x < 0$ .

1 случай:

$$\begin{cases} \sin x \geq 0, \\ \sin x(1 - \cos x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0, \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

2 случай:

$$\begin{cases} \sin x < 0, \\ -\sin x = \sin x \cdot \cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x < 0, \\ \cos x = -1. \end{cases}$$

Полученная система не имеет решений.

Таким образом, решения уравнения задаются серией  $x = \pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Ответ:  $\{\pi k : k \in \mathbb{Z}\}$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания C1
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) преобразование уравнения в совокупность систем уравнений, равносильную данному уравнению; 2) решение полученных систем уравнений. Все тождественные преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. При решении допущена одна описка или негрубая ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения (например, вычислительная ошибка). В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют указанным выше критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

**C2.** Найдите нули функции  $y = \ln^2(x^2 - 3x - 9) + \sqrt{x^3 - 8x - 8}$ .

**Решение.** Сумма двух неотрицательных слагаемых обращается в нуль, только если они одновременно обращаются в нуль. Решим систему:

$$\begin{aligned} \ln^2(x^2 - 3x - 9) + \sqrt{x^3 - 8x - 8} = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} \ln^2(x^2 - 3x - 9) = 0, \\ \sqrt{x^3 - 8x - 8} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln(x^2 - 3x - 9) = 0, \\ x^3 - 8x - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 9 = 1, \\ x^3 - 8x - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 10 = 0, \\ x^3 - 8x - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x = 5, \\ x^3 - 8x - 8 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Число  $-2$  является корнем уравнения  $x^3 - 8x - 8 = 0$ , а число  $5$  — нет. Отсюда  $-2$  есть единственное решение системы уравнений, а вместе с тем, и нуль исходной функции.

Ответ:  $-2$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания C2
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) преобразование уравнения в равносильную ему систему уравнений; 2) решение полученной системы. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущена вычислительная ошибка и/или описка, не влияющие ход решения, в результате которых может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют указанным выше критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

### Часть 3

С3. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \frac{-y+10x+11}{-2y-5x} = -5y-15x+22, \\ 25^{-2y-5x} + 25 = 26 \cdot 5^{-2y} \cdot 5^{-5x}. \end{cases}$$

**Решение.** Преобразуем второе уравнение системы:

$$25^{-2y-5x} + 25 = 26 \cdot 5^{-2y} \cdot 5^{-5x} \Leftrightarrow 25^{-2y-5x} - 26 \cdot 5^{-2y-5x} + 25 = 0.$$

Пусть  $5^{-2y-5x} = t$ . Решим уравнение

$$t^2 - 26t + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1, \\ t = 25. \end{cases}$$

Таким образом,

$$\begin{cases} 5^{-2y-5x} = 1, \\ 5^{-2y-5x} = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y-5x = 0, \\ -2y-5x = 2. \end{cases}$$

Далее имеем:

1. Если  $-2y-5x = 0$ , то левая часть исходной системы не имеет смысла.
2. Если  $-2y-5x = 2$ , то последовательно получаем:

$$\begin{cases} \frac{-y+10x+11}{-2y-5x} = -5y-15x+22, \\ -2y-5x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-y+10(-2y-2)+11}{2} = -5y-3(-2y-2)+22, \\ 5x = -2y-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7y = 49, \\ 5x = -2y-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{12}{5}, \\ y = -7. \end{cases}$$

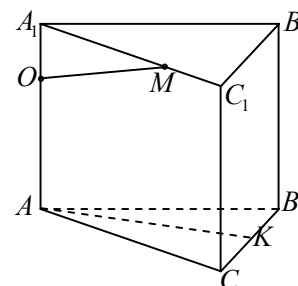
Ответ:  $\left\{ \left( \frac{12}{5}; -7 \right) \right\}$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С3
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) второе уравнение системы заменено равносильной совокупностью уравнений; 2) решена составленная совокупность уравнений; 3) решена данная система уравнений. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Получен ответ. Допустима описка и/или вычислительная ошибка, в результате которых может быть получен неверный ответ.
2	Верно выполнены шаг 1) и 2), а шаг 3) выполнен неверно. Ответ неверен.
1	Верно выполнен один шаг 1) и 2), а шаг 3) отсутствует. Допустимо отсутствие ответа.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют указанным выше критериям выставления оценок в 1 — 4 балла.



**С4.** Дана правильная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , где  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  — боковые ребра. Сфера, центр которой лежит на ребре  $AA_1$ , пересекает ребро  $A_1C_1$  в точке  $M$  и касается плоскости основания  $ABC$  и боковой грани  $BB_1C_1C$ . Известно, что  $AB=12$ ,  $\frac{A_1M}{MC_1} = \frac{3}{1}$ . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

**Решение.** Пусть точка  $O$  — центр данной сферы (см. рисунок). Тогда точка  $O$  удалена от точки  $M$  и от плоскостей  $ABC$  и  $BCC_1$  на расстояние  $R$ , равное радиусу этой сферы. Поскольку  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная призма, отрезок  $OA$  перпендикулярен основанию и, следовательно, является радиусом сферы. Расстояние от точки  $O$  до плоскости  $BCC_1$  равно расстоянию от прямой  $AA_1$  до параллельной ей плоскости  $BCC_1$ , т. е. высоте  $AK$  правильного треугольника  $ABC$ .



Найдем эту высоту:

$$AK = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3},$$

откуда  $OA = OM = 6\sqrt{3}$ .

Поскольку  $\frac{A_1M}{MC_1} = \frac{3}{1}$ , имеем:  $A_1M = \frac{3}{4}A_1C_1 = 9$ . Из прямоугольного треугольника  $A_1OM$ :

$$OA_1 = \sqrt{OM^2 - A_1M^2} = \sqrt{36 \cdot 3 - 81} = 3\sqrt{3},$$

тогда

$$AA_1 = OA + OA_1 = 9\sqrt{3}.$$

Окончательно для площади  $S$  полной поверхности призмы получаем:

$$S = P_{\Delta ABC} \cdot AA_1 = 36 \cdot 9\sqrt{3} = 324\sqrt{3}.$$

Ответ:  $324\sqrt{3}$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С4
4	<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) определено положение центра данной сферы;</li> <li>2) доказано, что радиус сферы равен высоте основания призмы;</li> <li>3) найдена площадь боковой поверхности призмы.</li> </ol> <p>Верно приведены ссылки на используемые при доказательстве положения теории: а) определение правильной призмы; б) расстояние от прямой до параллельной ей плоскости; в) свойства правильного треугольника.</p> <p>Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.</p>
3	<p>Приведены все шаги решения 1) — 3).</p> <p>Приведены ссылки на используемые при доказательстве положения теории а) – в).</p> <p>Допустимы отсутствие обоснований ключевых моментов или неточности в обоснованиях.<sup>1)</sup></p> <p>Допустимы одна описка и/или вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.</p>

<sup>1)</sup> Неточностью в обоснованиях является замена свойства на определение, свойства на признак или наоборот, а также неверные названия теорем или формул.

<b>2</b>	Приведены все шаги решения 1) — 3). Ссылки на используемые при доказательстве положения теории а) — в) либо отсутствуют, либо приведены не все, но сами эти положения теории использованы при решении. Допустимы описки и/или вычислительные ошибки, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих ошибок или описок может быть получен неверный ответ.
<b>1</b>	Ход решения правильный, но решение не завершено: имеются шаги 1) и 2), найдены некоторые числовые характеристики призмы. Приведенные в решении обоснования и вычисления не содержат грубых ошибок
<b>0</b>	Все случаи решения, которые не соответствуют указанным выше критериям выставления оценок в 1 — 4 балла.

**С5.** Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение  $(2p+3)x^2 + (p+3)x + 1 = 0$  имеет хотя бы один корень, и число различных корней этого уравнения равно числу различных корней уравнения  $\frac{2x+1}{21-p} = \frac{1}{\sqrt{x-3}+3}$ .

**Решение.** Выясним сначала, сколько корней в зависимости от  $p$  имеет второе уравнение. Положим  $t = \sqrt{x-3}$ , тогда  $x = t^2 + 3$ . Таким образом, каждому  $x \geq 3$  поставлено в соответствие единственное  $t \geq 0$  и, наоборот, каждому  $t \geq 0$  — единственное  $x \geq 3$ .

Далее, при  $p \neq 21$  имеем:

$$\frac{2t^2+7}{21-p} = \frac{1}{t+3} \Leftrightarrow 2t^3 + 7t + 6t^2 + 21 = 21 - p \Leftrightarrow 2t^3 + 6t^2 + 7t = -p.$$

Рассмотрим функцию  $f(t) = 2t^3 + 6t^2 + 7t$ . Так как  $f'(t) = 6t^2 + 12t + 7 > 0$  при  $t \geq 0$  и  $f(0) = 0$ , функция  $f(t)$  возрастает на промежутке  $[0; +\infty)$ . Следовательно, уравнение  $2t^3 + 6t^2 + 7t = -p$  не имеет решений при  $p > 0$  и имеет единственное решение при всех  $p \leq 0$ .

Осталось выяснить, при каких значениях  $p \leq 0$  первое уравнение имеет единственное решение. Это возможно в двух случаях: а) данное уравнение линейное и имеет один корень; б) данное уравнение квадратное, имеющее ровно один корень.

В случае а)  $p = -1,5$ , тогда уравнение принимает вид  $1,5x + 1 = 0$  и имеет единственное решение.

В случае б)  $p \neq -1,5$ ,  $p \leq 0$ . Имеем:

$$D = 0 \Leftrightarrow (p+3)^2 - 4(2p+3) = 0 \Leftrightarrow p^2 - 2p - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} p = -1, \\ p = 3. \end{cases}$$

Так как  $p = 3$  не удовлетворяет условию  $p \leq 0$ , число различных корней первого уравнения равно числу различных корней второго уравнения только при  $p = -1,5$  и  $p = -1$ .

Ответ:  $-1,5, -1$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С5
4	<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения:</p> <p>1) определено количество корней второго уравнения в зависимости от <math>p</math>;</p> <p>2) рассмотрены оба случая, в которых первое уравнение может иметь единственное решение;</p> <p>3) определено при каких значениях <math>p \leq 0</math> первое уравнение имеет единственное решение;</p> <p>Обоснованы все ключевые моменты решения:</p> <p>а) взаимнооднозначное соответствие между переменными <math>x</math> и <math>t</math>;</p> <p>б) количество решений уравнения <math>2t^3 + 6t^2 + 7t = -p</math> в зависимости от <math>p</math>.</p> <p>Получен верный ответ.</p>
3	<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения. Обоснованы все ключевые моменты решения.</p> <p>Допущена одна описка или вычислительная ошибка, не повлиявшие на ход решения. В результате этой описки (ошибки) может быть получен неверный ответ.</p>
2	<p>Верно выполнены шаги 1) и 2), а шаг 3) выполнен неверно, в том числе — неверно обоснован.</p> <p>Допустимы 1 — 2 вычислительные ошибки, в результате которых может быть получен неверный ответ.</p>
1	<p>Верно выполнен шаг 1) решения, а остальные — либо отсутствуют, либо выполнены неверно.</p>
0	<p>Все случаи решения, которые не соответствуют указанным выше критериям выставления оценок в 1 — 4 балла.</p>