Сайт элементарной математики
Дмитрия Гущина
www.mathnet.spb.ru

Гущин Д. Д.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

ЗАДАНИЯ B8: ПРОИЗВОДНАЯ МНОГОЧЛЕНА. КАСАТЕЛЬНАЯ

Проверяемые элементы содержания и виды деятельности: владение понятием производная, умение вычислять производную многочлена; понимание взаимосвязи между графиком функции и графиком ее производной, умение читать график функции.

Ориентировочное время выполнения учащимися: 5—10 минут.

Типы заданий:

- Производная и касательная, геометрический смысл касательной.
- Физический смысл производной.
- Применение производной к исследованию функций по данным графика.

ВНИМАНИЕ: ОСОБЕННОСТИ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

Основной корпус заданий B8 представляет собой несложные задания на определение поведения функции или ее производной по графику этой функции или ее производной. Важно внимательно следить за тем, график какой функции дан и про какую функцию поставлен вопрос задачи. Типичные ошибки решающих состоят в том, что, анализируя график производной, они путают его с графиком самой функции.

Производная и касательная, геометрический смысл касательной

ЭТО НАДО ЗНАТЬ

Производная числа, линейной и степенной функции. Пусть k и n — любые числа, а x принимает такие значения, что обе части каждой из формул имеют смысл. Тогда справедливы формулы:

$$(const)'=0,\qquad x'=1,\qquad (kx+b)'=k,\qquad (x^n)'=nx^{n-1}.$$

Производная многочлена. Производная многочлена равна сумме производных всех его членов.

Уравнение прямой. Если прямая не параллельна оси Oy, то ее уравнение может быть записано в виде $y=kx+b$. Коэффициент k называют угловым коэффициентом прямой: $k=\operatorname{tg}\alpha$, где α — величина угла между этой прямой и положительным направлением оси Ox, $0\le\alpha<180^\circ$, $\alpha\ne 90^\circ$.

Уравнение касательной. Уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в его точке $(x_0;y_0)$ задается формулой $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$, где $f'(x_0)=k$ — угловой коэффициент касательной.

Производная, физический смысл производной

ЭТО НАДО ЗНАТЬ

Физический смысл производной. Пусть материальная точка движется по прямой так, что ее координата зависит от времени по закону $x = x(t)$. Тогда скорость материальной точки меняется по закону $v(t) = x'(t)$, а ее ускорение меняется по закону $a(t) = v'(t)$.

Применение производной к исследованию функций по данным графика

ЭТО НАДО ЗНАТЬ

Монотонность и экстремумы функции. Пусть дан график производной функции, определенной во всех точках некоторого промежутка. Существование конечной производной означает дифференцируемость функции на этом промежутке, а значит, влечет существование и непрерывность самой функции на нем. Тогда для определения поведения функции по знаку ее производной можно использовать следующие утверждения.

Если производная функции положительна на некотором промежутке, то функция возрастает на нем.

Если производная функции отрицательна на некотором промежутке, то функция убывает на нем.

Если производная функции в некоторой точке меняет знак с плюса на минус, то функция имеет в этой точке максимум.

Если производная функции в некоторой точке меняет знак с минуса на плюс, то функция имеет в этой точке минимум.